Abiturprüfung

Berufliche Gymnasien BW

Stochastik

2000 bis 2004

Sehr viele Aufgaben mit

Signifikanztests und

Bedingten Wahrscheinlichkeiten

Text Nr. 74211

Stand: 2. August 2016

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.schule

Vorwort

Da ich die Lizenz besitze, Aufgaben der Abiturprüfungen aus Baden-Württemberg zu veröffentlichen, baue ich eine große Sammlung auf. Nun findet man solche Aufgaben öfters im Internet. Doch meine ausführlichen Lösungen mit intensiver Besinnung auf die Grundlagen, ist sicher einmalig und hilfreich für Schüler / und auch Lehrer bzw. Referendare. Ich verwende ab und zu CAS-Screenshots, obwohl diese Aufgaben in der Regel nur mit GTR oder Tabellen gelöst werden sollten.

Teil 2 dieser Sammlung: Prüfungsaufgaben der beruflichen Gymnasien.

74011	**Analysis Teil 1**	**2000 bis 2009**	**in Planung (Dieser Text)**	
74012	Analysis Teil 2	ab 2010		
74013	Analysis Teil 3	Anwendungsaufgaben 2005 bis 2009		
74014	Analysis Teil 4	Anwendungsaufgaben ab 2010		
74020	**Analysis spezial**:	Trigonometrische Funktionen ab 2002		
74030	Vektorgeometrie 0	1982 bis 1999		
74031	Vektorgeometrie 1	2000 bis 2005	in Arbeit	
74032	Vektorgeometrie 2	ab 2006		
74111	Matrizenrechnung	Betriebliche Verflechtungen Leontief-Modell		1982 bis 2016
74120	Matrizenrechnung	Bedarfstabellen, Kostenrechnungen		1982 bis 1999
74121	Matrizenrechnung	Bedarfstabellen, Kostenrechnungen		ab 2000
74122	**Matrizenrechnung spezial**:	Ausgewählte Anwendungsaufgaben		
74131	Lineare Optimierung	ab 2005		
74210	Stochastik	vor 2000	in Planung	
74211	Stochastik	2000 bis 2004		
74212	Stochastik	2005 bis 2009		
74213	Stochastik	ab 2010		

Teil 3: Fachhochschulreifeprüfung / Berufskolleg

74301	Analysis 1 – ganzrational (+ Exp.)	2002 - 2008	*noch ohne Lösungen*
74302	Analysis 2 – ganzrational (+ Exp.)	ab 2009	
74305	Analysis 3 – Exponentialfunk. (+ ganzrat.)	2002 - 2009	*noch ohne Lösungen*
74306	Analysis 4 – Exponentialfunk. (+ trigon. F.)	ab 2010	*noch ohne Lösungen*
74311	Analysis 5 – Trigonometrische Funktionen	ab 2002	
74321	Vektorgeometrie – noch ohne Lösungen		
74331	Matrizenrechnung: wirtschaftliche Anwendungen		
74341	Stochastik		
74251	Wirtschaftsrechnen: Kosten- und Gewinnfunktionen		

Inhalt

Die Matrix-Aufgaben werden hier nicht gelöst.

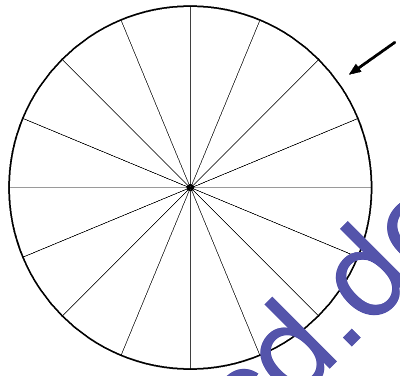
Hinweise:

In den Jahren 2000 bis 2004 wurde für Binomialverteilungen weitgehend Tabellen verwendet.
Ich gebe daher oftmals eine Schreibweise an, die dazu geeignet ist, etwa so:
$P(X \geq k+1) = 1 - P(X \leq k) = 1 - F_B(0;k;n;p)$. $F_B(0;k;n;p)$ ist dann der Tabellenwert.

In der Regel aber zeige ich Screenshots eines CASIO Grafikrechners dazu.

In sehr vielen Aufgaben werden **bedingte Wahrscheinlichkeiten** gesucht. Diese bestimme ich dann durch den Vergleich eines Pfades mit seinem gestürzten Pfad. Da beide dieselbe Schnittmenge bedeuten, kann man ihre Wahrscheinlichkeiten vergleichen. Das ist verständlicher als die Verwendung des Satzes von Bayes.

1 Abitur 2000 GK WG u.a. – Aufgabe II / 1



Ein Glücksrad ist in 16 gleich große Sektoren eingeteilt. Dabei sind r Sektoren rot und g Sektoren gelb markiert, wobei $g = 2r$ mit $0 < r < 6$ gelten soll. Die übrigen Sektoren sind weiß markiert. Für eine Ziehung wird das Glücksrad in Drehung versetzt. Nach Stillstand des Rades zeigt der Zeiger auf die Mitte eines Sektors. Jeder Sektor wird mit der gleichen Wahrscheinlichkeit angezeigt. Die Farbe seiner Markierung gilt als gezogen.

a) Es sei $r = 3$. Geben Sie die Anzahl der rot, gelb bzw. weiß markierten Sektoren an.
Es werden nun drei Ziehungen durchgeführt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
E1: Es wird genau einmal gelb gezogen.
E2: Es wird mindestens einmal rot gezogen.
E3: Es wird zweimal dieselbe Farbe gezogen.

b) Es sei $r = 2$.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei 5 Ziehungen mindestens zweimal gelb gezogen?
Wie oft muss mindestens gezogen werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 98% mindestens einmal weiß auftritt?

c) Bei einem Glücksspiel wird, wenn rot oder gelb gezogen wurde, die Markierung des betreffenden Sektors durch eine weiße Markierung ersetzt. Wird weiß gezogen, bleibt der Sektor unverändert. Ein Spiel besteht aus drei Ziehungen. Vor der ersten Ziehung ist $r = 5$. Eine Auszahlung erfolgt nur, wenn mindestens einmal weiß gezogen wurde.

- Zeichnen Sie ein geeignetes Baumdiagramm mit den dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

Wird dreimal weiß gezogen, erhält der Spieler 500 DM ausbezahlt. Wird zweimal weiß gezogen, erhält er 50 DM. Wird einmal weiß gezogen, erhält er 5 DM.

- Welchen Gewinn kann der Veranstalter auf lange Sicht erwarten, wenn er pro Spiel einen Einsatz von 3 DM verlangt?

d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A: „Bei vier Ziehungen wird genau zweimal gelb gezogen“ in Abhängigkeit von r ($0 < r < 6$).
Für welchen Wert von r wird P(A) am größten? Wie groß ist dann P(A)?

2 Abitur 2000 GK WG u.a. – Aufgabe II / 2

In einer Urne befinden sich 6 rote, 6 gelbe und 6 blaue Kugeln. Gleichfarbige Kugeln unterscheiden sich durch eine aufgedruckte Ziffer z mit $z \in \{1; 2; 3; 4; 5, 6\}$.

a) Ein Zufallsexperiment besteht darin, aus der Urne 3 Kugeln ohne Zurücklegen zu ziehen. Berechnen sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Alle 3 Kugeln sind gleichfarbig.

B: Alle 3 Kugeln sind verschiedenfarbig.

C: Die Summe der Ziffern auf den 3 gezogenen Kugeln ist mindestens 16.

b) Es wird so lange eine Kugel ohne Zurücklegen gezogen, bis das Ereignis
E: „Eine aus der Urne entnommene Kugel ist rot oder trägt die Ziffer 6“ eintritt.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis E bei der dritten Ziehung eintritt?
Untersuchen Sie mit Hilfe eines Baumdiagrammes, wie oft man mindestens ziehen muss, damit für den nächsten Zug gilt: $P(E) > P(\overline{E})$?
Wie viele Kugeln können höchstens entnommen werden, bis das Ereignis E mit Sicherheit eintritt?

c) Anna schlägt Jens folgendes Spiel vor:
Jens zahlt einen Einsatz an Anna und zieht 2 Kugeln gleichzeitig aus der Urne.
Tragen beide Kugeln die gleiche Ziffer, so erhält er die Summe dieser Ziffern in DM von Anna; sind die Kugeln gleichfarbig, so zahlt ihm Anna 4 DM. In allen anderen Fällen erhält er nichts.
Welchen Spieleinsatz muss Anna mindestens verlangen, damit sie auf Dauer nicht verliert?

d) Aus der Urne sollen n blaue Kugeln weggenommen werden. Die Wahrscheinlichkeit, mit einem Griff 2 gleichfarbige Kugeln zu ziehen, soll dann 0,3 betragen. Berechnen Sie n.

3 Abitur 2000 LK WG u.a. – Aufgabe II / 1

Die Firma Lux produziert Energiesparlampen auf den Maschinen M1, M2, .und M3.

a) In einem Karton mit 60 Lampen befinden sich 13 Lampen aus der Produktion von M3. Diesem Karton werden 20 Lampen entnommen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 3 dieser 20 Lampen von Maschine M3 stammen?

50% der Gesamtproduktion stammen von M1, 30% von M2 und 20% von M3.
0,5% der von M1 produzierten Lampen sind defekt, 0, 8% der von M2 produzierten Lampen sind defekt, 2,0% der von M3 produzierten Lampen sind defekt.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: Eine Lampe der Gesamtproduktion ist defekt.
B: Eine Lampe aus der Gesamtproduktion wurde von M1 produziert und ist nicht defekt.
C: Eine defekte Lampe wurde von M1 produziert.

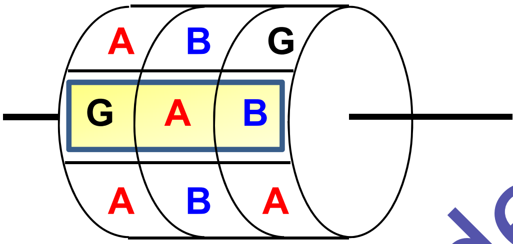
c) Welchen Umfang müsste eine Stichprobe mit Lampen aus der Produktion von M2 mindestens haben, damit sie mit mehr als 95% Wahrscheinlichkeit wenigstens eine defekte Lampe enthält?

d) Wegen der hohen Fehlerquote bei M3 werden alle von M3 produzierten Lampen einer Fehlerkontrolle unterzogen. Dabei werden jedoch nur 99% der defekten Lampen als solche erkannt und aussortiert. Es werden aber auch 0,5% der nicht defekten Lampen fälschlicherweise aussortiert.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine nicht aussortierte Lampe defekt ist?
Zeigen Sie, dass eine aussortierte Lampe mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 19,8% nicht defekt ist.

Max hofft, unter den aussortieren Lampen nicht defekte zu finden.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 20 aussortierten Lampen mehr als 2 nicht defekte Lampen sind?

e) Moritz vermutet, dass die Fehlerquote bei M3 größer als 2% ist. Er testet 100 Lampen aus der Produktion von M3.
Wie viele Lampen müssten sich bei diesem Test als defekt herausstellen, damit Moritz mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 3% seine Vermutung aufrechterhalten kann?

4 Abitur 2000 LK WG u.a. – Aufgabe II / 2



Das 3-Glocken-Spiel wird auf einem Spielautomaten gespielt. In diesem Spielautomaten drehen sich drei Glücksräder. Auf jedem Glücksrad sind 10 Bilder:
6 Äpfel (A), 3 Birnen (B) und eine Glocke (G).
Jedes Bild wird mit der gleichen Wahrscheinlichkeit angezeigt. Für ein Spiel werden nach Einwurf von 2 € die drei Glücksräder gestartet und unabhängig voneinander gestoppt.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse:
   - A: Bei einem Spiel werden 3 Äpfel angezeigt.
   - B: Bei einem Spiel wird genau eine Birne angezeigt,
   - C: Bei einem Spiel erscheint ein *Mix,* d.h., es werden drei verschiedene Bilder angezeigt.
   - D: Bei einem Spiel werden mindestens 2 Birnen angezeigt.

Zum 3-Glocken-Spiel gehört der folgende Auszahlungsplan:

Anzeige	3 Äpfel	3 Birnen	3 Glocken	Mix	sonst
Auszahlung in €	2	16	104	4	0

b) Die Zufallsvariable Z ist definiert durch die Auszahlung bei einem Spiel.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Z an.
Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von Z.
Wie hoch müsste die Auszahlung für „3 Glocken“ sein, damit es sich um ein faires Spiel handelt?

c) Erik besitzt noch 4 €. Er spielt zweimal das 3-Glocken-Spiel.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Erik nach diesen beiden Spielen mehr als 4 € besitzt?

d) Wie oft muss man mindestens spielen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens einmal drei gleiche Bilder oder ein Mix zu erhalten?

e) Ein Spielhallenbetreiber befürchtet, dass er seinen 3-Glocken-Automat austauschen muss, weil er vermutet, dass pro Spiel die Wahrscheinlichkeit für 3 Birnen über 3% liegt.
Er will seine Vermutung mit 100 Spielen testen.
Bei welchen Testergebnissen wird er sich mit 99 %-iger Sicherheit für den Austausch entscheiden?

5 Abitur 2000 LK WG u.a. – Aufgabe II / 3

Teilaufgabe 1

Die Firma Kugelblitz stellt mit einer Maschine A Kugellager für Inline-Skates her. Die Kugellager werden in zwei Qualitätsklassen Q1 und Q2 eingestuft. Langfristige Beobachtungen haben gezeigt, dass ein Kugellager mit 85 % Wahrscheinlichkeit Qualitätsklasse Q1 hat und sonst Q2.

a) Zur Qualitätskontrolle wird der Produktion eine Stichprobe von 50 Kugellagern entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse:

E_1: In der Stichprobe sind mindestens 40 Q1-Lager.

E_2: Die Anzahl der Q2-Lager in der Stichprobe weicht höchstens um die Standardabweichung vom Erwartungswert ab.

b) Bei der Serienfertigung der Inline-Skates werden für jeden Schuh vier Kugellager aus der Gesamtproduktion zufällig entnommen. In der Versuchsabteilung werden für einen Vergleichsschuh vier Lager aus einer Schachtel mit genau 85 Q1-Lagern und 15 Q2-Lagern zufällig entnommen.
Vergleichen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle vier Kugellager eines Serienschuhs Q1-Lager sind, mit der Wahrscheinlichkeit, dass alle vier Kugellager des Vergleichsschuhs Q1-Lager sind.

c) Es wird befürchtet, dass die Produktionsqualität von Maschine A wegen Abnutzung zurückgeht. Deshalb soll eine zweite Maschine B angeschafft werden, mit der zunächst 25% der Gesamtproduktion hergestellt werden sollen. Es wird behauptet, dass ein Kugellager von Maschine B mit 90% Wahrscheinlichkeit ein Q1-Lager ist. Zusätzlich wird angenommen, dass ein aus der Gesamtproduktion zufällig ausgewähltes Kugellager mit 15% Wahrscheinlichkeit ein Q2-Lager ist.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt es dann von Maschine B?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann ein von Maschine A produziertes Kugellager ein Q1-Lager?

Die Behauptung, dass ein Kugellager von Maschine B mit höchstens 10% Wahrscheinlichkeit ein Q2-Lager ist, soll anhand einer Stichprobe von 100 Stück auf einem Signifikanzniveau von 5% getestet werden. Geben Sie eine Entscheidungsregel an.

Teilaufgabe 2

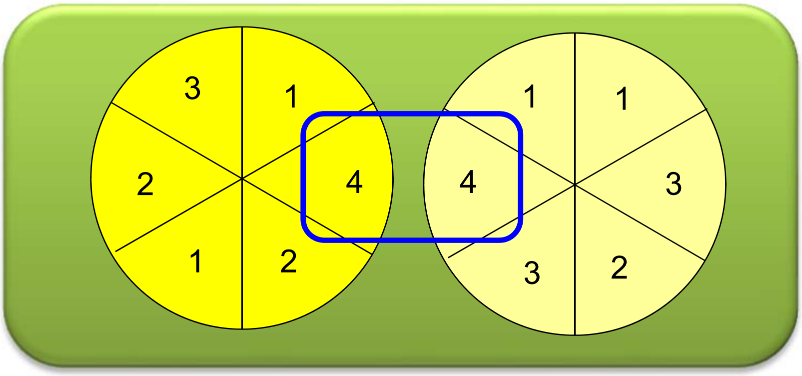
(Diese Aufgabe wird hier nicht gelöst.)

Zu jedem $t \in \mathbb{R}$ sind die Matrix A_t und der Vektor $\vec{b}_t$ gegeben durch

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ t & t^2+t-2 & 1 \\ -1 & -3t+2 & t^2+2t-1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b}_t = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2t \end{pmatrix}.$$

Für welche Werte von t ist das lineare Gleichungssystem $A_t \cdot \vec{x} = \vec{b}_t$ unlösbar / mehrdeutig lösbar / eindeutig lösbar?

6 Abitur 2001 GK WG u.a. – Aufgabe II / 1



Ein Spielautomat besteht aus zwei unabhängig voneinander drehbaren Scheiben. Jede Scheibe ist in sechs gleich große Sektoren aufgeteilt. Jeder Sektor ist mit einer Ziffer beschriftet. Für ein Spiel werden beide Scheiben in Drehung versetzt. Nach Stillstand der Scheiben ist in dem rechteckigen Fenster von jeder Scheibe genau eine Ziffer sichtbar.

a) Für ein Spiel sind folgende Ereignisse definiert:

A: Im Fenster erscheint zweimal die Ziffer 4.

B: Im Fenster erscheinen zwei gleiche Ziffern.

C: Im Fenster erscheinen eine gerade und eine ungerade Ziffer.

D: Die Summe der Ziffern im Fenster ist höchstens sieben.

Berechnen Sie für jedes Ereignis die zugehörige Wahrscheinlichkeit.

b) Das Ereignis E ist dadurch definiert, dass bei einem Spiel zweimal die Ziffer 3 im Fenster sichtbar ist.
Wie viele Spiele muss man mindestens spielen, damit das Ereignis E bei wenigstens einem Spiel mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% eintritt?

c) Pro Spiel werden 2 € für die Ziffernkombination (1;1) und 5 € für die Ziffernkombination (4;4) ausgeschüttet. Alle anderen Kombinationen führen zu keiner Ausschüttung.
Ein Spieler spielt eine Serie von zehn Spielen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt er insgesamt 20 € ausgeschüttet?

d) In einem anderen Spiel zahlt der Spieler einen Einsatz von 2 € und darf dann eine Scheibe seiner Wahl in Drehung versetzen. Zeigt diese Scheibe im Fenster eine ungerade Ziffer, erhält der Spieler 1 € und das Spiel ist beendet. Zeigt diese Scheibe eine gerade Ziffer, dreht der Spieler die andere Scheibe. Zeigt jetzt jede Scheibe eine 2, beträgt die Auszahlung 12 €, zeigt jede Scheibe eine 4, beträgt die Auszahlung 24 €. In allen anderen Fällen bekommt der Spieler nichts ausbezahlt.

Beraten Sie einen Spieler, welche Scheibe er zuerst drehen soll. Bestimmen Sie dazu für beide Möglichkeiten den Gewinn bzw. Verlust des Spielers.